



**ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HỒ CHÍ MINH  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA**

**CHƯƠNG TRÌNH ĐÀO TẠO KỸ SƯ CHẤT LƯỢNG CAO  
TẠI VIỆT NAM**

**ĐỀ THI PHÂN NGÀNH - CHUYÊN GIAI ĐOẠN NĂM 2021**

**MÔN THI: TOÁN**

**Thời gian: 180 phút**

**Sinh viên không được phép sử dụng tài liệu.**

Câu 1. (2 điểm)

- Tìm cực trị địa phương hàm hai biến số  $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 + 4xy$ .
- Tính tích phân kép  $\iint_D |x+y-1| dx dy$ , trong đó,

$$D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2y\}.$$

Câu 2. (2 điểm)

- Tìm miền hội tụ và tính tổng của chuỗi  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+3}}{2n^2 + n}$ .

- Giải phương trình vi phân  $y'' + 4y' + 8y = x^2 - |x|$  trên  $\mathbb{R}$ .

Câu 3. (1 điểm) Cho  $A = h(x+y^2) \cdot [(3y^2-x)dx + (2y^3-6xy)dy]$ . Tìm hàm số  $h(t)$

thỏa  $h(1)=1$  sao cho  $A$  là một vi phân toàn phần (vi phân đúng) của một hàm hai biến nào đó. Từ đó tính tích phân  $\int_{(1;0)}^{(3;1)} A$ .

Câu 4. (2,5 điểm) Trong không gian  $P_2[x]$  các đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 2, cho quy tắc:

$$\forall p(x) \in P_2[x], \quad f(p(x)) = 2xp'(x) + p''(x),$$

với  $p'(x), p''(x)$  lần lượt là đạo hàm cấp 1 và đạo hàm cấp 2 của  $p(x)$ .

- Chứng tỏ  $f$  là phép biến đổi tuyến tính trên  $P_2[x]$ .
- Tìm ma trận  $A$  của  $f$  trong cơ sở  $E = \{x^2 + x + 1; x + 1; x^2 + 1\}$ .
- Chéo hóa ma trận  $A$  (nếu được).

Câu 5. (2,5 điểm) Giả sử chiều cao của một loại cây (tính bằng mét) là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn  $N(\mu, \sigma^2)$ . Trong một mẫu gồm 750 cây có 32 cây thấp hơn 19 mét và 128 cây cao hơn 25 mét.

- Ước tính chiều cao trung bình của loại cây đó và độ lệch chuẩn (hay độ lệch tiêu chuẩn).
- Hãy ước lượng số cây có chiều cao từ 17 mét đến 24 mét trong mẫu 750 cây nói trên.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.