

ĐỀ THI MÔN VẬT LÝ 2003

Thời gian: 2h

NGHIÊN CỨU DAO ĐỘNG CỦA MỘT CHUỖI CÁC NGUYÊN TỬ : PHONON SỰ TRUYỀN ÂM TRONG MỘT VẬT RẮN

Để hiểu sự truyền âm trong một số vật rắn tinh thể, ta có thể dùng mô hình một chiều dựa trên một dãy các nguyên tử: đó là mô hình mà chúng ta sẽ phát triển dưới đây.

Ta sẽ xét một dãy, giả sử là vô hạn, các nguyên tử coi gần như chất điểm, giống hệt nhau, có khối lượng m và được đặt cân bằng tại những điểm có tọa độ là $x_n = na$ (trong đó n là một số tự nhiên) trên trục Ox . Những nguyên tử này có thể thực hiện những dịch chuyển chỉ trên trục Ox và người ta gọi u_n là độ dịch chuyển của nguyên tử thứ n .

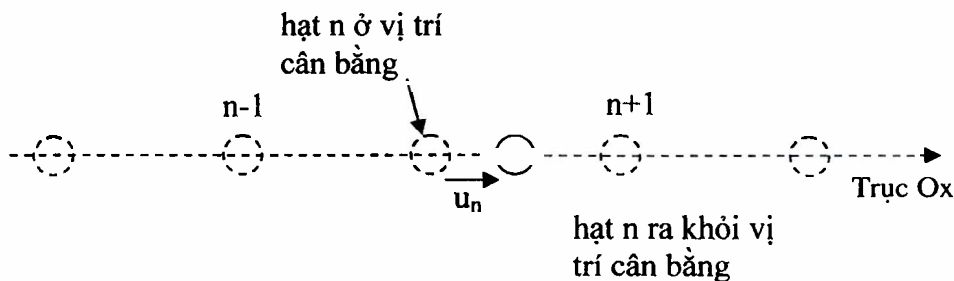
Mỗi nguyên tử chỉ tương tác với hai nguyên tử gần nhất của nó, một ở bên phải và một ở bên trái.

Giả sử rằng giữa hai nguyên tử kế nhau thứ n và $n+1$ có tồn tại những lực đàn hồi tỷ lệ với độ kéo giãn của khoảng cách giữa hai nguyên tử đó.

Lực tác dụng bởi nguyên tử n lên nguyên tử $n+1$ được viết như sau:

$$F_{n \rightarrow n+1} = -\alpha(u_{n+1} - u_n)$$

trong đó α là một hằng số thực, dương.



1) Hãy viết phương trình chuyển động của nguyên tử n chịu tác dụng của các nguyên tử lân cận $n-1$ và $n+1$.

2) Người ta tìm nghiệm của phương trình đó dưới dạng:

$$u_n = \underline{A} \exp[j(kx_n - \omega t)]$$

trong đó $\underline{A} = \exp(j\varphi)$ với A là thực và dương, còn φ là một số thực nào đó, và $j^2 = -1$.

a) Anh (chị) sẽ đặt cho các nghiệm đó tên gì?

b) Xác định một hệ thức cần có giữa ω và k .

c) Hãy giải thích về mặt vật lý loại chẵn lẻ của hàm $\omega(k)$.

Đôi khi người ta nói rằng dãy các nguyên tử có hành vi giống như một bộ lọc tần số thời gian.

d) Hãy giải thích tại sao và nêu đầy đủ các đặc trưng của bộ lọc đó. Đặc biệt, hãy tính thứ nguyên của đại lượng vật lý $2(\alpha/m)^{1/2}$ và giải thích ý nghĩa vật lý của nó.

3) a) Chứng minh rằng việc nghiên cứu hàm số $\omega(k)$ có thể được giới hạn trong vùng $0 \leq k \leq \pi/a$.

b) Vẽ đường cong $\omega(k)$ trong vùng đó. Vùng này được gọi là vùng Brillouin.

4). Giả sử rằng $0 \leq k \leq \pi/a$

a) Khi đó hãy tính vận tốc pha V_p của sóng và vận tốc nhóm V_g theo α , a và m .

b) Giả thiết thêm rằng $k \ll \pi/a$. Trong trường hợp đó hãy chứng minh rằng vận tốc pha V_p và vận tốc nhóm V_g là trùng nhau. Hãy biểu diễn giá trị chung của chúng theo α , a và m .

c) Sóng tương ứng với trường hợp $k \ll \pi/a$ được gọi là "phonon", đó là sóng âm trong vật rắn tinh thể. Hãy nêu những căn cứ vật lý để biện minh cho thuật ngữ đó.

d) Trong trường hợp thí nghiệm với chì đơn tinh thể, người ta tìm được bằng thực nghiệm giá trị vận tốc âm trong chất rắn đó là $V_p = 2000\text{m/s}$.

Giá trị thực nghiệm này hơi sai lệch với giá trị suy ra từ lý thuyết ở trên cộng với một phép đo α bằng phương pháp nhiễu xạ neutron, một phép đo a bằng phương pháp tinh thể học và một phép đo m bằng phương pháp hoá học.

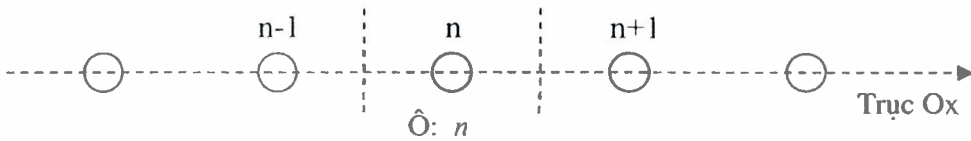
Hãy đề xuất một số nguyên nhân vật lý hợp lý mà theo ý Anh (Chi) có thể giải thích được sai lệch đó.

e) Vận tốc âm trong chất rắn có chịu ảnh hưởng của hiệu ứng đồng vị không?

5) a) Vận tốc nhóm V_g sẽ như thế nào tại $k = \pi/a$?

b) Giải thích loại chuyển động của các nguyên tử trong trường hợp đó bằng cách biểu diễn trạng thái của dãy ở một thời điểm đã cho.

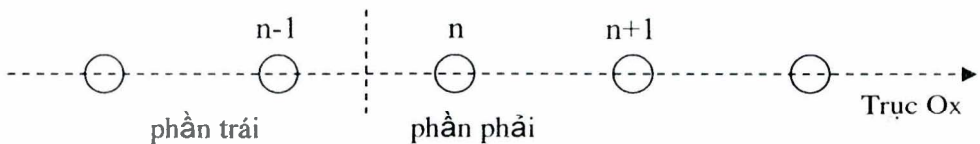
6) Người ta tách hệ thành các "ô tương tượng" bằng những mặt phẳng trung trực của các đoạn nối vị trí cân bằng của các nguyên tử kề nhau trong dãy. Mỗi ô chỉ chứa một nguyên tử duy nhất.



Một sóng có biên độ A , tần số góc ω , véc tơ sóng $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_x$ ($k > 0$) truyền dọc theo dây.

- Hãy tính giá trị trung bình theo thời gian của động năng ô n , tức là tính $\langle T_n \rangle$ theo m , ω và A .
- Tương tự, hãy tính giá trị trung bình của thế năng hai lực tác dụng lên hạt số n , tức là tính $\langle V_n \rangle$ theo m , ω và A .
- Tìm một hệ thức đơn giản liên hệ $\langle T_n \rangle$ và $\langle V_n \rangle$.
- Xác định mật độ trung bình của cơ năng toàn phần trên một đơn vị dài, tức là tính $\langle U \rangle$ và biểu diễn nó qua m , a , ω và A .

7) Hãy hình dung khi đó ta cắt tưởng tượng dây thành hai hệ con tiếp giáp nhau: một chứa các nguyên tử ở bên trái nguyên tử n và một chứa nguyên tử n và các nguyên tử ở bên phải nó.



- Tính công suất trung bình $\langle \Phi \rangle$ theo thời gian mà sóng ở phần trái của dây đã truyền cho phần phải của nó.
- Khi đó hãy xác định một cách thận trọng vận tốc truyền năng lượng V_e theo $\langle \Phi \rangle$ và $\langle U \rangle$.
- Từ đó suy ra vận tốc V_e dọc theo dây như một hàm số của a , α , m và k .
- Xác định một hệ thức đơn giản giữa V_g và V_e .

----- HẾT -----